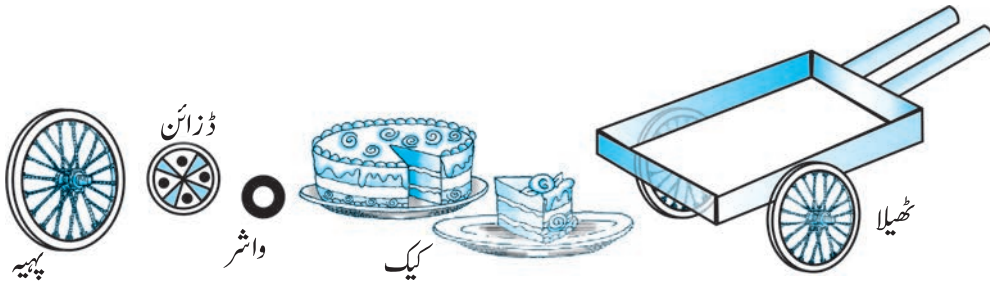
12 دائروں سے متعلق رقبہ (AREAS RELATED TO CIRCLES)

12.1 تعارف

پچھلی کلاسوں میں مستوی اشکال جیسے، مستطیل، مربع، متوازی الاضلاع، مثلث اور دائروں وغیرہ کے احاطہ اور رقبہ معلوم کرنے کے طریقوں سے آپ پہلے ہی واقف ہیں۔ روزمرہ کی زندگی میں ایسی بہت سے اشیا نظر سے گزرتی ہیں جو کسی نہ کسی صورت میں دائروں سے متعلق ہوتی ہیں۔ سائیکل کے پہیہ، ٹھیلہ، گول کیک، ڈارٹ بورڈ، پاپڑ، نالوں کے ڈھکن، مختلف قسم کی چوڑیاں، دائری راستہ، بُر وچ (Brooches) واشر، پھولوں کی کاریاں وغیرہ۔ ایسی اشیا کی کچھ مثالیں ہیں (شکل 12.1 دیکھیے) اس لئے دائروں سے متعلق اشکال کے احاطہ اور رقبہ معلوم کرنے کے مسئلہ کی بڑی اہمیت ہے۔ اس باب میں ہم سب سے پہلے دائرہ کا احاطہ (محیط) اور جس تصور پر نظر ثانی کریں گے اور اس جانکاری کا اتصال دائری خطہ (یا مختصراً دائرہ) کے دو مخصوص حصہ جو سیکٹر اور قطع کے طور پر جانے جاتے ہیں، کے رقبہ معلوم کرنے کے لئے کریں گے۔ اب ہم دیکھیں گے کہ کس طرح سے ہم مستوی اشکال جس میں دائرہ ابھی شامل ہوں، یا ان کے حصہ کے رقبہ کس طرح معلوم کئے جائیں۔

شکل 12.1

12.2 دائرہ کا محیط اور رقبہ — ایک نظر ثانی

یاد کیجئے دائرے کے گرد ایک چکر لگانے میں جو فاصلہ کرنا پڑتا ہے وہ اس کا احاطہ کہلاتا ہے جس کو عام طور پر محیط کہتے ہیں، پچھلی کلاسوں سے آپ یہ بھی جانتے ہیں کہ دائرہ کے محیط کی اس کے قطر سے ایک مستقل نسبت ہوتی ہے۔ اس مستقل نسبت کو ہم ایک یونانی حرف π (پڑھتے ہیں پائی) سے ظاہر کرتے ہیں۔ دوسرے لفظوں میں

$$\pi = \frac{\text{محیط}}{\text{قطر}}$$

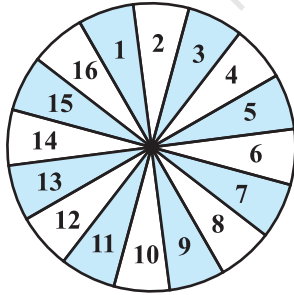
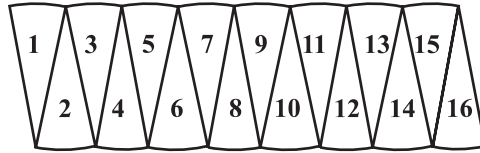
یا

$$\text{محیط} = \pi \times \text{قطر}$$

$$= \pi \times 2r$$ (جہاں r دائرہ کا نصف قطر ہے)

$$= 2\pi r$$

ایک عظیم ہندوستانی ریاضی داں آریہ بھٹ (476-550 عیسوی میں) نے π کی ایک تقریبی قدر دی۔ اس نے کہا کہ $\pi = \frac{62832}{20000}$، جو کہ تقریباً 3.1416 کے برابر ہے۔ نوٹ کرنے کے لئے ایک دلچسپ بات یہ ہے کہ ایک عظیم ہندوستانی ریاضی داں سری نواس رامانوجن (1887-1920) کے ایک تماثلہ (Identity) کو استعمال کرتے ہوئے دیگر ریاضی دانوں نے π کی قدر اعشاریہ کے ملین مقام تک معلوم کی ہے۔ جیسا کہ آپ نے نویں کلاس کے باب 1 میں پڑھا تھا کہ π ایک غیر ناطق عدد ہے اور اس کا عشری پھیلاؤ غیر مختتم اور غیر تکراری ہے۔ لیکن پریکٹیکل کے مقصد کے لئے عمومی طور پر ہم π کی قدر $\frac{22}{7}$ یا 3.14) تقریباً لیتے ہیں۔

آپ کو معلوم ہے کہ دائرہ کا رقبہ πr^2 ہوتا ہے جہاں r، دائرہ کا نصف قطر ہے۔ یاد کیجئے آپ نے ساتویں کلاس میں آپ

شکل 12.2

آپ نے اپنے ایک دائرے کو بہت سے سیکڑوں میں کاٹ کر دوبارہ ترتیب دیا تھا جیسا کہ شکل 12.2 میں دکھایا گیا ہے۔

آپ دیکھ سکتے ہیں کہ شکل (ii)12.2 کی شکل تقریباً ایک مستطیل کی سی ہے جس کی لمبائی $\frac{1}{2} \times 2\pi r$ اور چوڑائی r ہے۔ جس سے پتہ چلتا ہے کہ دائرہ کا رقبہ = $\frac{1}{2} \times 2\pi r \times r = \pi r^2$۔ آیئے پچھلی کلاسوں میں سیکھے گئے تصور کو کچھ مثالوں سے دہراتے ہیں۔

مثال 1: ایک دائری میدان کے چاروں طرف باڑ لگانے کا خرچ 24 روپے فی میٹر کی شرح سے 52.80 روپے ہے میدان میں 0.50 روپے فی مربع میٹر کی شرح سے ہل چلانا ہے۔ میدان میں ہل چلانے کا خرچ معلوم کیجیے۔ ($\pi = \frac{22}{7}$ لیجئے)

حل: باڑھ کی لمبائی میٹروں میں = $\frac{\text{کل خرچ}}{\text{شرح}} = \frac{5280}{24} = 220$

اس لئے میدان کا محیط = 220 میٹر

اس لئے، اگر میدان کا نصف قطر r میٹر ہے تب $2\pi r = 220$

یا $2 \times \frac{22}{7} \times r = 220$

یا $r = \frac{220 \times 7}{2 \times 22} = 35$

یعنی میدان کا نصف قطر 35 مربع میٹر ہے۔

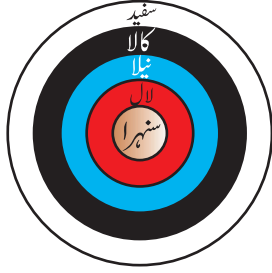
اس لئے میدان کا رقبہ = $\pi r^2 \times \frac{22}{7} \times 35 \times 35$ مربع میٹر = $22 \times 5 \times 35$ مربع میٹر

اب مربع میٹر میدان پر ہل چلانے کا خرچ = 0.50 روپے

اس لئے میدان میں ہل چلانے کا کل خرچ = $22 \times 5 \times 35 \times 0.5 = 1925$ روپے

مشق 12.1

جب تک کچھ اور نہ کہا جائے، $\pi = \frac{22}{7}$ استعمال کیجیے۔

1۔ دو دائروں کے نصف قطر بالترتیب 19 سینٹی میٹر اور 9 سینٹی میٹر ہیں۔ اس دائرہ کا نصف قطر معلوم کیجئے جس کا محیط ان دونوں دائروں کے محیط کے حاصل جمع کے برابر ہے۔

شکل 12.3

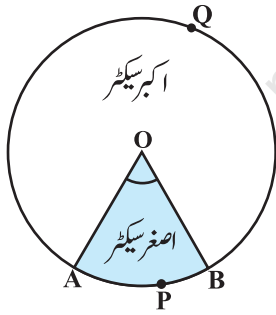
2۔ دو دائروں کے نصف قطر بالترتیب 8 سینٹی میٹر اور 6 سینٹی میٹر ہیں۔ اس دائرے کا نصف قطر معلوم کیجیے۔ جس کا رقبہ ان دونوں دائروں کے رقبوں کے حاصل جمع کے برابر ہو۔

3۔ شکل 12.3 میں تیراندازی کا ایک مقررہ نشانہ دکھایا گیا ہے۔ جس میں اس کو کرنے کے 5 علاقہ ہیں جو مرکز سے اوپر کی جانب ہیں سنہرا، سرخ، نیلا، کالا اور سفید۔ اس خطہ کا قطر جو سنہرا کو ظاہر کرتا ہے۔ 21 سینٹی میٹر ہے اور ہر ایک خطہ 10.5 سینٹی میٹر چوڑا ہے۔ پانچواں اسکورنگ خطوں کا رقبہ معلوم کیجیے۔

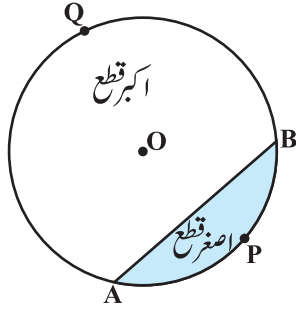
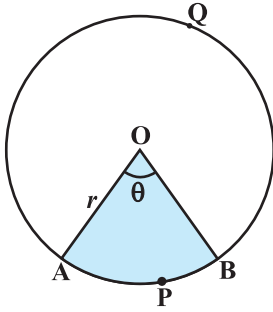
4۔ کار کے ہر ایک پہیہ کا قطر 80 سینٹی میٹر ہے۔ جب کار 66 کلو میٹر فی گھنٹہ کی رفتار سے چل رہی ہو تو 10 منٹ میں کار کا ہر ایک پہیہ کتنے مکمل چکّر لگائے گا۔

5۔ مندرجہ ذیل میں صحیح جواب پر (✓) کا نشان لگائیے اور اپنے انتخاب کا جواز پیش کیجیے اگر کسی دائرہ کا احاطہ اور رقبہ عددی طور مساوی ہو تو تب دائرہ کا نصف قطر ہوگا۔

(A) 2 اکائیاں (B) π اکائیاں (C) 4 اکائیاں (C) 7 اکائیاں

12.3 دائرہ کا سیکٹر (Sector of a Circle) اور قطعہ دائرہ (Segment of a Circle)

شکل 12.4

اپنی پچھلی کلاسوں میں آپ دائرہ کے سیکٹر اور قطع سے پہلے ہی واقف ہو چکے ہیں یاد کیجیے کہ دائری خطہ کا وہ حصہ جو اس کے دو نصف قطر اور نظیری قوس سے گھرا ہوا ہو دائرہ کا سیکٹر کہلاتا ہے اور دائرہ خطہ کا وہ حصہ جو وتر اور اس کے نظیری قوس سے گرا ہوا ہو دائرہ کا قطع کہلاتا ہے۔ اس طرح سے شکل 12.4 میں شیڈ کیا گیا خطہ OAPB، مرکز 'O' والے دائرہ کا سیکٹر ہے۔ AOB∠ سیکٹر کا زاویہ کہلاتا ہے۔ نوٹ کیجیے کہ اس شکل میں غیر سایہ دار خطہ OAQB بھی دائرہ کا سیکٹر ہے واضح وجوہات کی وجہ سے 1OAPB چھوٹا سیکٹر اور OAQB بڑا اسیکٹر کہلاتا ہے۔ آپ یہ بھی دیکھ سکتے ہیں کہ بڑا اسیکٹر کا زاویہ AOB∠–°360 ہے۔

اب شکل 12.5 دیکھتے ہیں جس میں AB، مرکز 'O' والے دائرہ کا وتر ہے۔ اس لیے شیڈ کیا گیا حصہ APB قطعۂ دائرہ

(Segment of a Circle) ہے۔ آپ یہ بھی نوٹ کر سکتے ہیں کہ غیر سایہ دار حصہ AQB دائرہ APB اصغر قطع کا دوسرا قطع ہے۔ واضح وجوہات کی بنا پر AQB اکبر قطع کہلاتا ہے۔

شکل 12.5

ریمارک: جب ہم سیکٹر اور قطع لکھتے ہیں اس سے ہماری مراد بالترتیب صفر سیکٹر اور صفر قطع ہوتی ہے جب تک کہ اس کے برعکس نہ بیان کیا گیا ہو۔

اب اس معلومات کے ساتھ آیئے ان کے رقبہ معلوم کرنے کے لئے کچھ رشتہ (یا فارمولہ) معلوم کرتے ہیں مان لیجئے OAPB اس دائرہ کا سیکٹر ہے جس کا مرکز 'O' اور نصف قطر r ہے۔ (شکل 12.6 دیکھیے) مان لیجیے ∠AOB کی ڈگری پیمائش θ ہے۔

شکل 12.6

آپ جانتے ہیں کہ دائرہ کا رقبہ درحقیقت دائری خطہ یا طبق πr^2 ہوتا ہے

ایک طریقہ سے ہم اس دائری خطہ کو ایک سیکٹر مان سکتے ہیں جس کا مرکز O پر زاویہ 360° (یعنی ڈگری پیمائش 360° ہے) اب اکائی کے قاعدہ کا استعمال کرتے ہوئے ہم سیکٹر OAPB کے رقبہ تک ذیل میں دیے گئے طریقہ سے پہنچتے ہیں۔

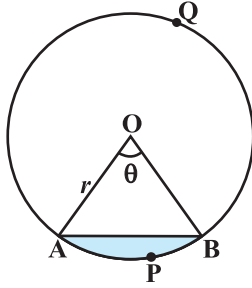
جب زاویہ کی مرکز پر ڈگری پیمائش 360° ہے تو اس سیکٹر کا رقبہ $= \pi r^2$

جب زاویہ کی مرکز ڈگری پیمائش 1 ہو تو سیکٹر کا رقبہ ہے۔ $= \dfrac{\pi r^2}{360°}$

اس لئے زاویہ کی مرکز پر ڈگری پیمائش θ ہو تو سیکٹر کا رقبہ $\dfrac{\pi r^2}{360} \times \theta = \dfrac{\theta}{360} \times \pi r^2$

اس طرح سے ہمیں مندرجہ ذیل رشتہ (فارمولہ) حاصل ہوتا ہے۔ جس سے ہم سیکٹر کا رقبہ معلوم کر سکتے ہیں۔

θ زاویہ کی سیکٹر کا رقبہ $\boldsymbol{= \dfrac{\theta}{360} \times \pi r^2}$

جہاں r دائرہ کا نصف قطر اور θ، ڈگری میں سیکٹر کا زاویہ اب قدرتی طور پر یہ سوال پیدا ہوتا ہے کہ کیا ہم اس سیکٹر کے نظیری

شکل 12.7

قوس APB کی لمبائی معلوم کر سکتے ہیں؟ ہاں، دائرہ کی پوری لمبائی (360° کے زاویہ کی) کو $2\pi r$ لے کر دوبارہ اکائی کے قاعدہ کا استعمال کر کے ہمیں مطلوبہ قوس APB کی لمبائی حاصل کر سکتے ہیں جو ہے

$$\theta = \frac{\theta}{360} \times 2\pi r$$

اس لئے زاویہ θ کے سیکٹر کے قوس کی لمبائی $Q = \frac{\theta}{360} \times 2\pi r$

آیئے اب مرکز 'O' اور نصف قطر r والے دائرہ کے قطع APB کے رقبہ پر غور کرتے ہیں۔ شکل 12.7 پر غور کیجیے۔ آپ دیکھتے ہیں کہ

قطع APB کا رقبہ = سیکٹر OAPB کا رقبہ − ΔOAB کا رقبہ

$= \frac{\theta}{360} \times \pi r^2 -$ ΔAOB کا رقبہ

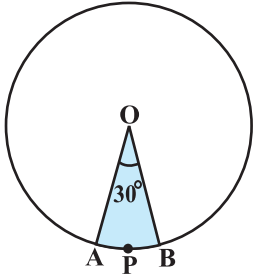
نوٹ: شکل 12.7 اور 12.6 میں بالترتیب آپ شاید معلوم کر سکتے ہیں کہ

بڑا سیکٹر OAQB کا رقبہ = $\pi r^2 -$ چھوٹا سیکٹر کا رقبہ

اور بڑا قطع AQB کا رقبہ = $\pi r^2 -$ چھوٹا قطع APB کا رقبہ

آیئے ان تصورات کو سمجھنے کے لئے کچھ مثالوں پر غور کرتے ہیں۔

شکل 12.8

مثال 2: دائرہ کا سیکٹر کا رقبہ معلوم کیجیے جس کا نصف قطر 4 سینٹی میٹر اور زاویہ 30° ہے۔ مزید اس کے نظیری اکبر سیکٹر کا رقبہ بھی معلوم کیجیے۔ ($\pi = 3.14$ لیجئے)

حل: دیا ہوا سیکٹر OAPB ہے (شکل 12.8 دیکھیے)

سیکٹر کا رقبہ $= \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$

$= \frac{30}{360} \times 3.14 \times 4 \times 4 \text{cm}^2$

$= \frac{12.56}{3} \text{cm}^2 = 4.19 \text{cm}^2$ (تقریباً)

دیئے ہوئے بڑے سیکٹر کا رقبہ

$= \pi r^2$ سیکٹر OAPB کا رقبہ

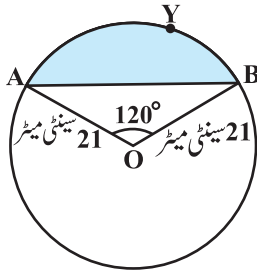
مربع سینٹی میٹر $= (3.14 \times 16 - 4.19)$

(تقریباً) مربع سینٹی میٹر $= 46.1$ مربع سینٹی میٹر $= 46.05$

متبادل طور پر $\pi r^2 \times \frac{(360 - \theta)}{360} =$ بڑے سیکٹر کا رقبہ

مربع سینٹی میٹر $= \left(\frac{360 - 30}{360}\right) \times 3.14 \times 16$

مربع سینٹی میٹر $46.05 =$ مربع سینٹی میٹر $= \frac{330}{360} \times 3.14 \times 16$

(تقریباً) $= 46.1 \text{cm}^2$

شکل 12.9

مثال 3: شکل 12.9 میں دکھائے گئے قطع AYB کا رقبہ معلوم کیجیے اگر دائرہ کا نصف قطر 21 سینٹی میٹر اور $\angle AOB = 120°$ ($\pi = \frac{22}{7}$ لیجیے)

حل: قطع AYB کا رقبہ = سیکٹر OAYB − ΔOAB کا رقبہ

اب مربع سینٹی میٹر 462 = مربع سینٹی میٹر $\frac{120}{360} \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21 =$ سیکٹر OAYB کا رقبہ

ΔOAB کا رقبہ معلوم کرنے کے لئے $OM \perp AB$ کھینچئے جیسا کہ شکل 12.10 میں دکھایا گیا ہے۔ نوٹ کیجیے کہ OA=OB،

اس لئے RHS متماثلت سے $\Delta AMO \cong \Delta BMO$

اس لئے M, AB کا وسطی نقطہ ہے اور $\angle AOM = \angle BOM = \frac{1}{2} \times 120° = 60°$

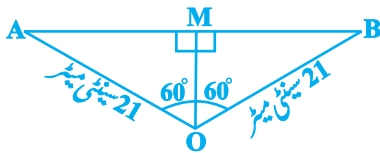
مان لیجیے مربع سینٹی میٹر $OM = x$

اس لئے ΔOMA سے $\frac{OM}{OA} = \cos 60°$

یا $\frac{x}{21} = \frac{1}{2} \left(\cos 60° = \frac{1}{2}\right)$

یا $x = \frac{21}{2}$

شکل 12.10

اس لئے سینٹی میٹر $OM = \frac{21}{2}$

مزید $\frac{AM}{OA} = \sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

اس لئے سینٹی میٹر $AM = \frac{21\sqrt{3}}{2}$

اس لئے سینٹی میٹر $AB = 2AM \frac{2 \times 21\sqrt{3}}{2}$ cm $= 21\sqrt{3}$

اس لئے مربع سینٹی میٹر $\frac{21}{2} \times 21\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = AB \times OM \frac{1}{2} = \Delta OAB$ کا رقبہ

سینٹی میٹر $\sqrt{3}\ \frac{441}{4} =$

اس لئے مربع سینٹی میٹر $\left(462 - \frac{441}{4}\sqrt{3}\right) =$ قطع AYB کا رقبہ

[(1)،(2)اور(3) سے]

مربع سینٹی میٹر $(88 - 21\sqrt{3})\frac{21}{4} =$

مشق 12.2

جب تک کچھ اور نہ کیا جائے، $\pi = \frac{22}{7}$ استعمال کیجیے۔

1۔ دائرے کے سیکٹر کا رقبہ معلوم کیجیے اگر اس کا نصف قطر 6 سینٹی میٹر ہو اور سیکٹر کا زاویہ °60 ہو۔

2۔ دائرہ کے ربع کا رقبہ معلوم کیجیے جس کا محیط 22 سینٹی میٹر ہے۔

3۔ ایک گھڑی کی منٹ کی سوئی کی لمبائی 14 سینٹی میٹر ہے۔ 5 منٹ میں اس سوئی کے ذرائع طے کیا گیا رقبہ معلوم کیجیے۔

4۔ 10 نصف قطر کے ایک دائرہ کا وتر مرکز پہ قائم زاویہ بناتا ہے۔ اس کے نظیری ان کے (i) چھوٹا قطع (ii) بڑا اسیکٹر کا رقبہ معلوم کیجیے۔

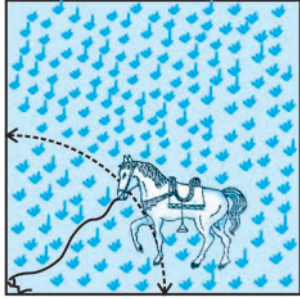
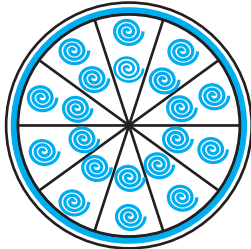
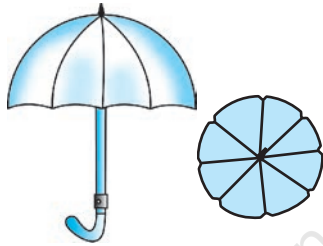
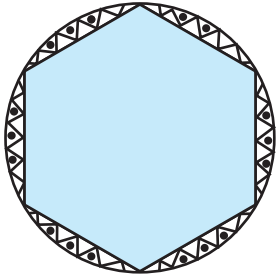
5۔ 21 سینٹی میٹر نصف قطر والے دائرہ میں ایک قوس مرکز پر °60 کا زاویہ بناتا ہے۔ معلوم کیجیے۔

(i) قوس کی لمبائی (ii) قوس کے ذریعے بنے سیکٹر کا رقبہ (iii) نظیری وتر سے بنے قطع کا رقبہ۔

6۔ 15 سینٹی میٹر نصف قطر کا ایک دائرہ مرکز پر °60 کا ایک زاویہ بناتا ہے، دائرہ کے نظیری چھوٹے اور بڑے قطع کا رقبہ معلوم کیجیے۔

($\pi = 3.14$ اور $\sqrt{3} = 1.73$ استعمال کیجیے)

7۔ سینٹی میٹر 12 نصف قطر کا ایک دائرہ کا ایک وتر مرکز پر °120 کا زاویہ بناتا ہے دائرہ کے نظیری قطع کا رقبہ معلوم کیجیے۔

($\pi = 3.14$ اور $\sqrt{3} = 1.73$ لیجیے)

8۔ گھاس کے ایک مربع نما میدان کے ایک کونے میں ایک گھوڑا 5 سینٹی میٹر لمبی رسّی سے بندھا ہوا ہے (شکل 12.11 دیکھئے) اگر (i) میدان کا ضلع 15 سینٹی میٹر ہو تو میدان کا وہ رقبہ معلوم کیجیے جہاں گھوڑا گھاس چر سکتا ہے۔
(ii) اگر اس کی رسی 5 سینٹی میٹر کے بجائے 10 سینٹی میٹر کر دی جاتی تو کتنے زیادہ رقبہ پر گھاس چر سکے گا۔

شکل 12.11

9۔ ایک بروچ 35 ملی میٹر قطر والے دائرے کی شکل کے ایک چاندی کے تار سے بنایا گیا ہے۔ اس تار کا استعمال 5 قطروں کے بنانے میں بھی ہوا ہے جو دائرہ کو 10 مساوی سیکٹروں میں تقسیم کرتے ہیں جیسا کہ شکل 12.12 میں دکھایا گیا ہے۔ معلوم کیجیے:
(i) چاندی کے تار کی کل کتنی لمبائی درکار ہے اور
(ii) بروچ کے ہر ایک سیکٹر کا رقبہ۔

شکل 12.12

10۔ ایک چھتری میں مساوی فاصلوں پر 8 تیلیاں لگی ہوئی ہیں۔ شکل 12.13 دیکھئے) یہ فرض کرتے ہوئے کہ چھتری 45 سینٹی میٹر نصف قطر کا ایک ہموار دائرہ ہو تو دو لگاتار تیلیوں کے درمیان کا رقبہ معلوم کیجیے۔

شکل 12.13

11۔ ایک کار کے دو وائپر ہیں جو ایک دوسرے کو کبھی نہیں چھوتے۔ ہر وائپر کا بلیڈ 25 سینٹی میٹر لمبا ہے اور وہ °115 کے زاویہ پر صفائی کرتا ہے۔ بلیڈ کے ہر بار گھومنے میں کتنا رقبہ صاف ہوتا ہے۔

12۔ پانی کے نیچے ایک چٹان کی موجودگی سے جہاز کو متنبہ کرنے کے لئے ایک روشنی کے مینار نے °80 کے سیکٹر زاویہ پر 16.5 کلومیٹر کے فاصلہ تک لال رنگ کی روشنی پھیلائی۔ سمندر کا وہ رقبہ معلوم کیجئے جہاں پر جانے کے لئے پانی کے جہاز کو تنبیہ کی گئی تھی۔ ($\pi=3.14$ استعمال کیجیے)

شکل 12.14

13۔ ایک گول میز پوش میں 6 مساوی ڈیزائن بنے ہوئے ہیں جب کہ شکل 12.14 میں دکھایا گیا ہے۔ اگر میز پوش کا نصف قطر

قطر 28 میٹر ہو تو مربع سینٹی میٹر 0.35 روپے کی شرح سے اس پر ڈیزائن بنانے کا خرچ معلوم کیجیے۔

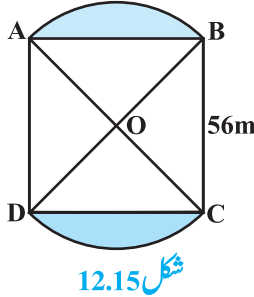
($\sqrt{3}=1.7$ استعمال کیجیے)۔

14۔ مندرجہ ذیل میں صحیح جواب کو ٹک کیجیے۔

R نصف قطر والے ایک دائرہ کے سیکٹر کا زاویہ P (ڈگری میں) ہے سیکٹر کا رقبہ

(A) $\frac{p}{180}\times 2\pi R$ (B) $\frac{p}{180}\times \pi R^2$ (C) $\frac{p}{360}\times 2\pi R$ (D) $\frac{p}{720}\times 2\pi R^2$

12.4 مستوی شکلوں کے اجماع (Combinations) کا رقبہ

اب تک ہم نے مختلف شکلوں کا رقبہ علیحدہ علیحدہ نکالا ہے۔ آیئے اب مستوی شکلوں کے اجماع کا رقبہ معلوم کرنے کی کوشش کرتے ہیں۔ ہم روزمرہ کی زندگی میں ایسی بہت سے شکلیں دیکھتے ہیں خاص طور سے دلچسپ ڈیزائنوں میں، پھولوں کی کیاری، نالہ کے ڈھکن، کھڑکی کے ڈیزائن، میز پوش کے ڈیزائن، ایسی کچھ مثالیں ہیں۔ اس طرح کی شکلوں کے رقبہ معلوم کرنے کے عمل کی ہم کچھ مثالوں سے وضاحت کرتے ہیں۔

شکل 12.15

مثال 4: شکل 12.15 میں 6 سینٹی میٹر ضلع والے ایک مربع لان کے دو اضلاع پر دو دائری پھولوں کی کیاریاں دکھائی گئی ہیں۔ اگر ہر ایک دائری پھولوں کی کیاری کا مرکز مربع کے وتروں کا نقطہ تقاطع ہے تو لان اور پھولوں کی کیاریوں کے رقبہ کا حاصل جمع معلوم کیجیے۔

حل: مربع لان ABCD کا رقبہ = $56 \times 56\ m^2$ (1)

مان لیجیے $OA = OB = x$ میٹر

اس لئے $x^2 + x^2 = 56^2$

یا $2x^2 = 56 \times 56$ یا $x^2 = 28 \times 56$ (2)

اب سیکٹر OAB کا رقبہ $= \frac{90}{360}\times \pi x^2 = \frac{1}{4}\times \pi x^2$

$= \frac{1}{4}\times\frac{22}{7}\times 28\times 56$ مربع میٹر [2، سے] (3)

مزید ($\angle AOB = 90°$) ΔOAB کا رقبہ $= \frac{1}{4}\times 56\times 56\ m^2$ (4)

اس لئے $\left(\frac{1}{4}\times\frac{22}{7}\times 28\times 56-\frac{1}{4}\times 56\times 56\right)\text{m}^2$ = پھولوں کی کیاری AB کا رقبہ [(3) اور (4) سے]

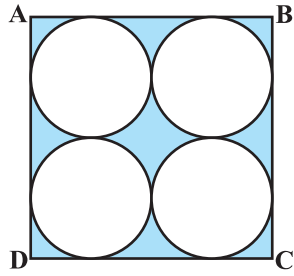
$=\frac{1}{4}\times 28\times 56\left(\frac{22}{7}-2\right)$ مربع میٹر

$=\frac{1}{4}\times 28\times 56\times\frac{8}{7}$ مربع میٹر (5)

اسی طرح سے دوسری کیاری کا رقبہ مربع میٹر $=\frac{1}{4}\times 28\times 56\times\frac{8}{7}$ (6)

اس لئے کل رقبہ $=\left(56\times 56+\frac{1}{4}\times 28\times 56\times\frac{8}{7}\right.$ [(1)، (5) اور (6) سے]

$=28\times 56\left(2+\frac{2}{7}+\frac{2}{7}\right)$ مربع میٹر

$=28\times 56\times\frac{18}{7}\ \text{m}^2=4032$ مربع میٹر

شکل 12.16

متبادل حل: کل رقبہ = سیکٹر OAB کا رقبہ + سیکٹر ODC کا رقبہ

+ ΔOAD کا رقبہ + ΔOBC

$=\left(\frac{90}{360}\times\frac{22}{7}\times 28\times 56+\frac{90}{360}\times\frac{22}{7}\times 28\times 56\right.$

$\left.+\frac{1}{4}\times 56\times 56+\frac{1}{4}\times 56\times 56\right)$ مربع میٹر

$=\frac{1}{4}\times 28\times 56\left(\frac{22}{7}+\frac{22}{7}+2+2\right)$ مربع میٹر

$=\frac{7\times 56}{7}(22+22+14+14)$ مربع میٹر

$=56\times 72$ مربع میٹر = 4032 مربع میٹر

مثال 5: شکل 12.6 کے سائے دار خطہ کا رقبہ معلوم کیجیے جہاں ADCB، 14 سینٹی میٹر ضلع کا ایک مربع ہے۔

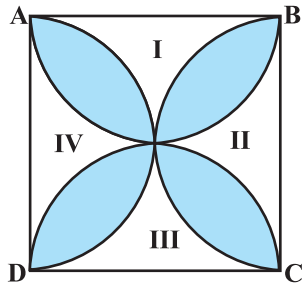
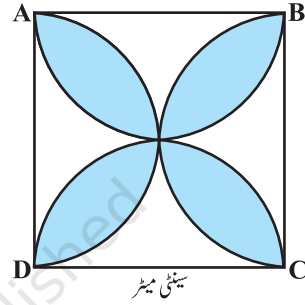
حل: مربع ABCD کا رقبہ مربع میٹر 14×14 = 196 مربع سینٹی میٹر۔ دائرہ کا ہر ایک قطر سینٹی میٹر $\frac{14}{2}$ = 7 سینٹی میٹر

اس لئے دائرہ کا نصف قطر سینٹی میٹر $\frac{7}{2}$، اس لئے ایک دائرہ کا رقبہ = مربع سینٹی میٹر $\frac{22}{7}\times\frac{7}{2}\times\frac{7}{2}=\pi r^2=$

میٹر $=\frac{77}{2}$ مربع سینٹی میٹر $\frac{7}{2}=\frac{154}{4}$

اس لئے چار دائروں کا رقبہ = مربع سینٹی میٹر 154 = مربع سینٹی میٹر $= 4\times\frac{77}{2}$

اس طرح سائے دار خطہ کا رقبہ = مربع سینٹی میٹر 42 = مربع سینٹی میٹر (196-154)

مثال 6: شکل 12.17 کے سائے دار ڈیزائن کا رقبہ معلوم کیجیے جہاں ABCD، 10 سینٹی میٹر اضلاع والا ایک مربع ہے۔ اس کے ہر ضلع کو قطر مان کر نصف دائرہ بنائے گئے ہیں۔ ($\pi=3.14$ استعمال کیجیے)

شکل 12.17

شکل 12.18

حل: غیر سائے دار خطوں کو I, II, III اور IV نشان زدہ کیجیے (شکل 12.18 دیکھئے)

5 سینٹی میٹر نصف قطر والے دو نصف دائروں کا رقبہ – ABCD کا رقبہ = III کا رقبہ + I کا رقبہ

$$=\left(10\times10-2\times\frac{1}{2}\times\pi\times5^2\right)$$

مربع سینٹی میٹر 21.5 = مربع سینٹی میٹر $(100-78.5)$ = مربع سینٹی میٹر $(100-3.14)\times25)$ = مربع سینٹی میٹر

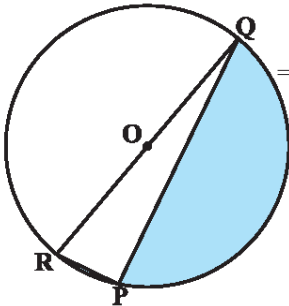
اسی طرح سے II کا رقبہ + IV کا رقبہ $= 21.5\ cm^2$

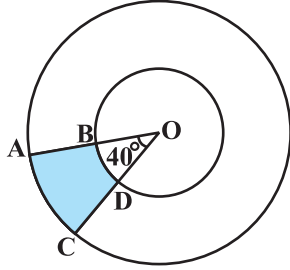
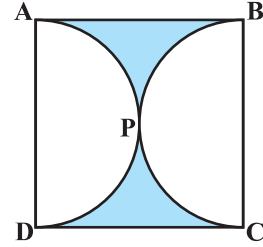
اس لئے سائے دار ڈیزائن کا رقبہ = ABCD کا رقبہ – $(I+II+III+IV)$ کا رقبہ

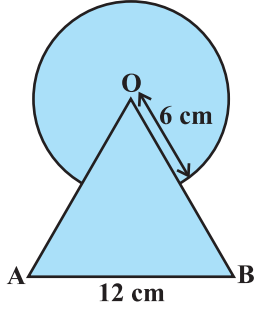
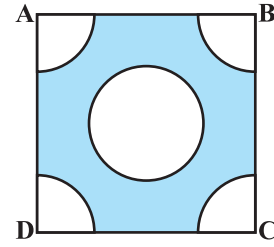
مربع سینٹی میٹر 57 = مربع سینٹی میٹر $(100-43)$ = مربع سینٹی میٹر $(100\times2\times21.5)$ =

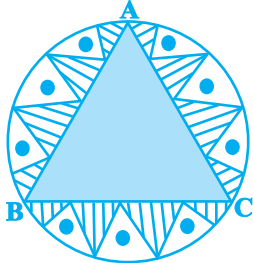
مشق 12.3

جب تک کچھ اور بیان نہ کیا جائے، $\pi=\frac{22}{7}$ لیجیے۔

1۔ شکل 12.19 میں سائے دار خطہ کا رقبہ معلوم کیجیے اگر PQ = 24، PR = 7 اور O دائرہ کا مرکز ہے۔

Q
O
R
P
شکل 12.19

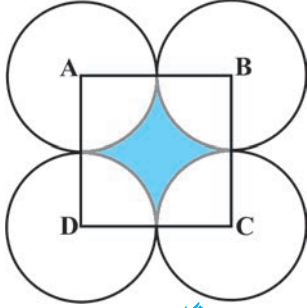
2۔ شکل 12.20 میں سائے دار خطہ کا رقبہ معلوم کیجیے اگر دو ہم مرکز دائروں، جن کا مرکز O ہے، کے نصف قطر بالترتیب 7 سینٹی میٹر اور 14 سینٹی میٹر ہیں اور $\angle AOC = 40°$۔

شکل 12.20

شکل 12.21

3۔ شکل 12.11 میں سائے دار خطہ کا رقبہ معلوم کیجیے اگر ABCD ایک مربع ہے جس کا اضلاع 14 سینٹی میٹر اور APD اور BPC نصف دائرہ ہے۔

شکل 12.23

شکل 12.22

4۔ شکل 12.22 میں سائے دار خطہ کا رقبہ معلوم کیجیے۔ جہاں 12 سینٹی میٹر والے مساوی ضلعی مثلث کے OAB کے راس O کو مرکز مان کر 6 سینٹی میٹر نصف قطر کا ایک دائرہ قوس کھینچا گیا ہے۔

5۔ 4 سینٹی میٹر ضلع والے مربع کے ہر ایک کونے سے 1 سینٹی میٹر نصف کا قطر کا دائرہ کا ایک ربع کاٹا گیا، اور 2 سینٹی میٹر قطر کا ایک دائرہ بھی کاٹا گیا جیسے کی شکل 12.23 میں دکھایا گیا ہے۔ مربع کے باقی حصہ کا رقبہ معلوم کیجیے۔

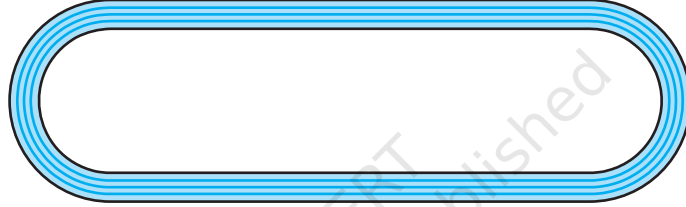
شکل 12.24

6۔ ایک دائری میز پوش کا نصف قطر 32 سینٹی میٹر ہے۔ اس کے بیچ میں ایک مساوی

ضلعی مثلث ABC کو چھوڑ کر باقی حصہ پر ایک ڈیزائن بنایا گیا ہے جیسا شکل 12.24 میں دکھایا گیا ہے۔ سائے دار ڈیزائن خطہ کا رقبہ معلوم کیجیے۔

7۔ شکل 12.25 میں ABCD ایک مربع ہے جس ضلع 14 سینٹی میٹر کا ہے۔ C, B, A اور D کو مرکز مان کر چار دائرے اس طرح بنائے گئے کہ ہر دائرہ باقی دائروں میں سے 2 کو خارجی طور پر چھوتا سائے دار خطہ کا رقبہ معلوم کیجیے۔

A B D C

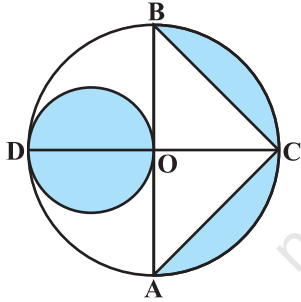
شکل 12.25

8۔ شکل 12.26 میں ریس کا کا ٹریک دکھا گیا ہے جس کے دائیں اور بائیں کے سرے نصف دائرہ ہیں۔

شکل 12.26

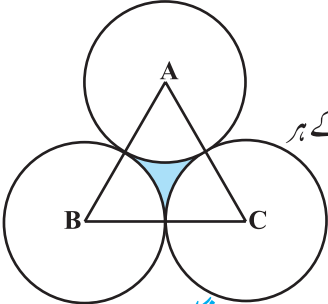
دو اندرونی متوازی خطوط کے درمیان کا فاصلہ 60 میٹر کا ہے اور ان میں ہر ایک 106 میٹر لمبا ہے۔ اگر ٹریک کی چوڑائی 10 میٹر ہے تو

(i) اس کے داخلی کنارے کے چاروں طرف کا رقبہ معلوم کیجیے۔

(ii) ٹریک کا رقبہ معلوم کیجیے۔

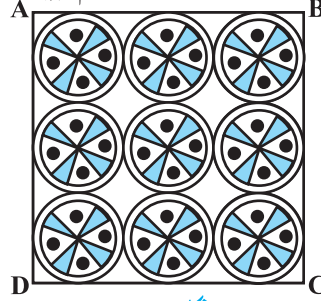
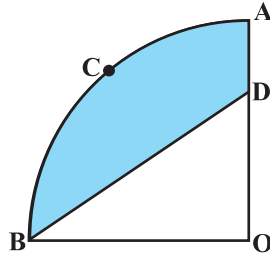
B D O C A

شکل 12.27

9۔ شکل 12.27 میں AB اور C ایک دائرہ (جس کا مرکزہ ہے) کے دو عمودی قطر ہیں اور OD چھوٹے دائرہ کا قطر ہے اگر OA=7 سینٹی میٹر، تو سائے دار خطہ کا رقبہ معلوم کیجیے۔

A B C

شکل 12.28

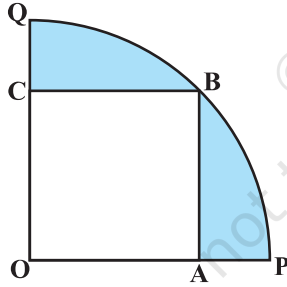
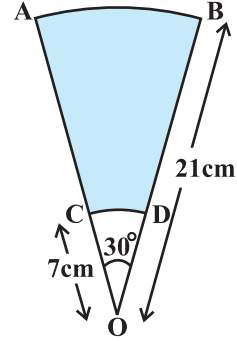
10۔ ایک مساوی ضلعی مثلث ΔABC کا رقبہ 17320.5 مربع سینٹی میٹر ہے۔ اس کے ہر ایک راس کو مرکز مان کر اور مثلث کے ضلع کے آدھی لمبائی کا نصف قطر لے کر دائرہ بنائے گئے (شکل 12.28 دیکھیے)

سائے دار خطہ کا رقبہ معلوم کیجیے ($\pi = 3.14$ اور $\sqrt{3} = 1.73205$ لیجیے۔)

11۔ ایک مربع کی شکل کے ڈیزائن میں 7 سینٹی میٹر نصف قطر کے 9 دائری ڈیزائن بنے ہوئے ہیں۔(شکل 12.29 دیکھیے۔) رومال کے باقی حصہ کا رقبہ معلوم کیجیے۔

شکل 12.29

شکل 12.30

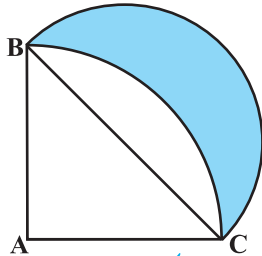
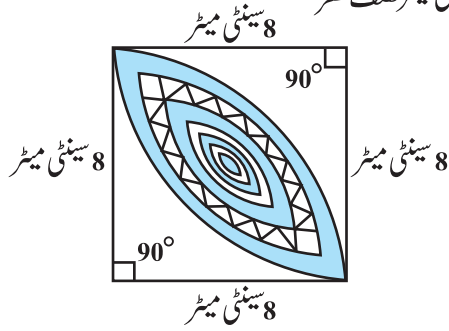
12۔ شکل 12.30 میں، OACB، مربع ہے جس کا مرکز O ہے۔ اس کا نصف قطر 3.5 سینٹی میٹر ہے اگر OD=2 سینٹی میٹر تو

(i) مربع OACB کا رقبہ (iii) سائے دار خطہ کا رقبہ معلوم کیجیے۔

13۔ شکل 12.31 میں ایک مربع OABC ہے جو ایک دائری مربع OPBQ کے اندر بنا ہوا ہے۔ اگر OA=20 سینٹی میٹر تو سائے دار خطہ کا رقبہ معلوم کیجیے۔($\pi=3.14$ استعمال کیجیے)

شکل 12.31

شکل 12.32

14۔ AB اور CD بالترتیب دو ہم مرکزہ دائروں جن کے نصف قطر 21 سینٹی میٹر اور 7 سینٹی میٹر ہیں اور مرکز 'O' ہے۔ کے قوس ہیں (شکل 12.32 دیکھئے) اگر $\angle AOB=30°$۔ تو سائے دار خطہ کا رقبہ معلوم کیجیے۔

شکل 12.33

15۔ شکل 12.33 میں ABC، 14 سینٹی میٹر نصف قطر والے دائرہ کا ایک مربع ہے۔ BC قطر لے کر ایک نصف دائرہ بنایا گیا۔ سایہ دار خطہ کا رقبہ معلوم کیجیے۔

16۔ شکل 12.34 میں ڈیزائن والے خطہ کا رقبہ معلوم کیجیے۔ جو 8 سینٹی میٹر نصف قطر والے دائروں کے دو ربعات میں مشترک ہے۔

شکل 12.34

12.5 خلاصہ

اس باب میں آپ نے مندرجہ ذیل باتیں سیکھیں:

1۔ دائرہ کا محیط $= 2\pi r$

2۔ دائرہ کا رقبہ $= \pi r^2$

3۔ ایک دائرہ کے سیکٹر کے قوس کی لمبائی جس کا نصف قطر r اور زاویہ کی ڈگری پیمائش θ ہے $\frac{\theta}{360} \times 2\pi r$ ۔

4۔ ایک دائرہ کے سیکٹر کا رقبہ جس نصف قطر r اور ڈگری پیمائش θ ہوا ہے $\frac{\theta}{360} \times \pi r^2$ ۔

5۔ دائرہ کے قطع کا رقبہ = نظیری مثلث کا رقبہ – نظیری سیکٹر کا رقبہ